



Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 2. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$?

- A. $y = \ln x$. B. $y = \frac{1}{x}$. C. $y = e^{-x}$. D. $y = e^x$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Câu 4. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B . Khi đó giá trị của $x_A + x_B$ bằng

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 5. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 3t^2 + 4$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Tính quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian từ giây thứ 3 đến giây thứ 10?

- A. 945 m. B. 994 m. C. 471 m. D. 1001 m.

Câu 6. Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1) x dx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. -1.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256}$ là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $(-2; 2)$. D. \mathbb{R} .

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-\infty - 2)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là

- A. $2x - y + 2z - 7 = 0$. B. $2x - y + 2z + 9 = 0$.
C. $2x - y + 2z - 9 = 0$. D. $2x - y + 2z + 7 = 0$.

Câu 10. Số cạnh của một tứ diện là

- A. 4. B. 12. C. 8. D. 6.

- Câu 11.** Nếu các số hữu tỷ a, b thỏa mãn $\int_0^1 (a.e^x + b) = e + 2$. thì giá trị của biểu thức $a + b$ là:
A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 12.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{20}$ ($x \neq 0$) bằng:
A. $2^8 \cdot C_{20}^{12}$. **B.** $2^9 \cdot C_{20}^9$. **C.** $2^{10} \cdot C_{20}^{10}$. **D.** $2^{10} \cdot C_{20}^{11}$.
- Câu 13.** Số nghiệm dương của phương trình $\ln|x^2 - 5| = 0$ là
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là
A. $(1; -2; -1)$. **B.** $(-2; 4; 2)$. **C.** $(-1; 2; 1)$. **D.** $(2; -4; -2)$.
- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ vectơ \overline{AB} là
A. $(3; -3; 4)$. **B.** $(1; -1; -2)$. **C.** $(-3; 3; -4)$. **D.** $(-1; 1; 2)$.
- Câu 16.** Với mọi số thực dương a và m, n là hai số thực bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $(a^m)^n = a^{m+n}$. **B.** $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$. **C.** $(a^m)^n = a^{m^n}$. **D.** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.
- Câu 17.** Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng
A. $\frac{2+3a}{2+2a}$. **B.** $\frac{2+a}{3+a}$. **C.** $\frac{3+2a}{2+3a}$. **D.** $\frac{2+3a}{3+2a}$.
- Câu 18.** Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h tương ứng được tính bởi công thức nào dưới đây?
A. $V = \frac{1}{2} S.h$. **B.** $V = \frac{1}{3} S.h$. **C.** $V = 3S.h$. **D.** $V = S.h$.
- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng
A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.
- Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là
A. $(1; 0; 0)$. **B.** $(1; 0; -1)$. **C.** $(0; 0; -1)$. **D.** $(0; 2; 0)$.
- Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7	
y'	-	0	+	
y	6	2	9	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$. **B.** $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$. **C.** $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$. **D.** $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$.
- Câu 22.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số hạng thứ bảy của cấp số nhân (u_n) có giá trị bằng
A. 39062. **B.** 136250. **C.** 31250. **D.** 6250.
- Câu 23.** Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , gọi H là trung điểm của cạnh BC . Hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH có diện tích đáy bằng.

A. $\frac{\pi a^2}{4}$.

B. $2\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $\frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	∞			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		1		2		1	

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

C. $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

D. $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường nào dưới đây?

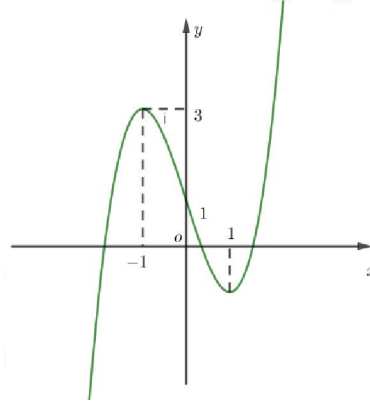
A. $y = \frac{1}{4}$.

B. $y = -1$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = -1$.

Câu 26. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 27. Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

A. $(0; 1)$.

B. $(2e; 2)$.

C. $(2; e^2)$.

D. $(1; 0)$.

Câu 28. Nếu tăng chiều cao của một khối trụ lên gấp 2 lần và tăng bán kính đáy của nó lên gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với thể tích khối trụ ban đầu?

A. 18 lần.

B. 12 lần.

C. 36 lần.

D. 6 lần.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ là:

A. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 30. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2.

B. $\frac{5}{3}$.

C. 5.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 31. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích thiết diện bằng

A. $\sqrt{19}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Câu 32. Cho $M = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{2019}$. viết M dưới dạng một số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số?

- A. 607. B. 608. C. 609. D. 610.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			2		-4		$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f(\sqrt{x+1}+1) \leq m$ có nghiệm?

- A. $m > -5$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq -4$. D. $m \geq 2$.

Câu 34. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} là

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; -1]$. D. $[-1; 1]$.

Câu 35. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$, điểm H thuộc cạnh AC với $HC = a$. Dựng đoạn thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{3a}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$. D. $3a$.

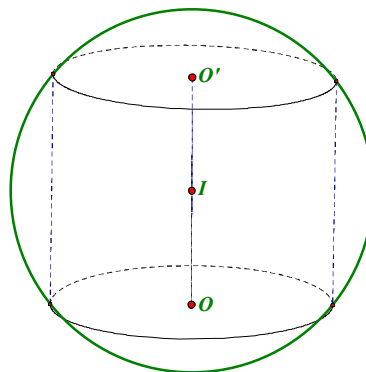
Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. giá trị của $a + b$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 1. D. -2.

Câu 37. Cường độ của ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I = I_0 e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ $\mu = 1,4$. Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

- A. e^{-42} lần. B. e^{21} lần. C. e^{-21} lần. D. e^{42} lần.

Câu 38. Cho khối cầu (S) có bán kính R . Một khối trụ có thể tích bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ và nội tiếp khối cầu (S) . Chiều cao khối trụ bằng



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}R$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$. D. $R\sqrt{2}$.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , đường cao BH . Biết $A'H \perp (ABC)$ và $AB = 1$; $AC = 2$, $AA' = \sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

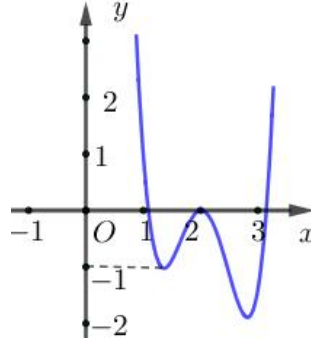
A. 2.

B. Vô số.

C. 0.

D. 1.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y = f(f(x) + 2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 9.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f(x) \neq 0$ với mọi x và thỏa mãn $f(1) = -\frac{1}{2}$,

$f'(x) = (2x + 1)f^2(x)$. Biết $f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{a}{b} - 1$ với $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, (a; b) = 1$. Khẳng

định nào sau đây sai?

A. $2a + b = 2022$.

B. $a - b = 2019$.

C. $ab > 2019$.

D. $b \leq 2020$.

Câu 43. Cho phương trình $2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4}$, với m là tham số thực. Gọi m_0 là giá trị của m sao cho phương trình trên có đúng một nghiệm thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in [-1; 0)$.

B. $m_0 \in [-5; -1)$.

C. $m_0 > 0$.

D. $m_0 < -5$.

Câu 44. Trong không gian cho hai điểm A, B cố định và độ dài đoạn thẳng AB bằng 4. Biết rằng tập hợp các điểm M sao cho $MA = 3MB$ là một mặt cầu. Bán kính của mặt cầu bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 3.

D. 1.

Câu 45. Trong không gian, cho tam giác ABC có các đỉnh B, C thuộc trục Ox . Gọi $E(6; 4; 0), F(1; 2; 0)$ lần lượt là hình chiếu của B, C trên các cạnh AC, AB . Tọa độ hình chiếu của A trên BC là

A. $\left(\frac{8}{3}; 0; 0\right)$.

B. $\left(\frac{7}{3}; 0; 0\right)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $\left(\frac{5}{3}; 0; 0\right)$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C . CH vuông góc AB tại H, I là trung điểm của đoạn HC . Biết SI vuông góc với mặt phẳng đáy, $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Gọi O là trung điểm của đoạn AB , O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$. Góc tạo bởi đường thẳng OO' và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x - 1)^2$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

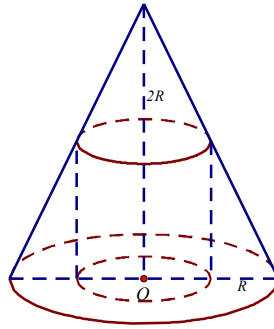
A. $g(0)$.

B. $g(1)$.

C. $g(-3)$.

D. $g(3)$.

Câu 48. Cho hình nón có chiều cao $2R$ và bán kính đường tròn đáy R . Xét hình trụ nội tiếp hình nón sao cho thể tích khối trụ lớn nhất, khi đó bán kính đáy của khối trụ bằng



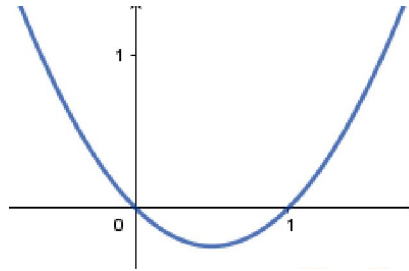
A. $\frac{2R}{3}$.

B. $\frac{R}{2}$.

C. $\frac{3R}{4}$.

D. $\frac{R}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(-x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.



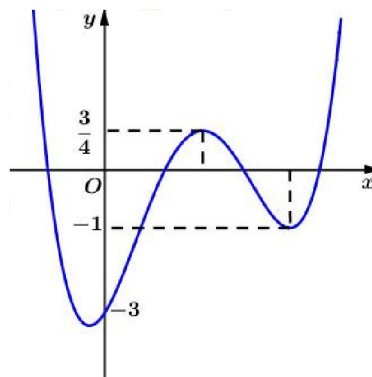
A. $(-1; 0)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-\frac{1}{2}; 0)$.

Câu 50. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(|x + m|) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. 0.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	D	A	D	C	D	A	D	D	C	C	A	C	D	D	D	B	A	D	B	C	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	B	B	D	B	C	C	C	B	D	C	B	C	A	B	B	B	A	B	C	A	B	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$ ↘ 1	$-\infty$ ↗ $+\infty$	1 ↘ 0	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$ ↘ 1	$-\infty$ ↗ $+\infty$	1 ↘ 0	

Chọn D

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của } (C)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là tiệm cận đứng của } (C)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng của } (C)$$

Vậy (C) có tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3

Câu 2. Hàm số nào trong các hàm số sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$?

A. $y = \ln x$. **B.** $y = \frac{1}{x}$. **C.** $y = e^{-x}$. **D.** $y = e^x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int e^x dx = e^x + C$.

Suy ra $y = e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $y = e^x$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

A. $[0; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là $D = \mathbb{R}$.

Câu 4. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B

có hoành độ lần lượt x_A, x_B . Khi đó giá trị của $x_A + x_B$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm x_A, x_B là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x+1}{x-1} = x - 2 \quad (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0 (*)$$

Phương trình (*) có $\Delta = 21 > 0$ suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Viet ta có: $x_A + x_B = -\frac{-5}{1} = 5$.

Câu 5. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 3t^2 + 4$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ giây thứ 3 đến giây thứ 10?

A. 945 m.

B. 994 m.

C. 471 m.

D. 1001 m.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S = \int_3^{10} v(t) dt = \int_3^{10} (3t^2 + 4) dt = 1001$ m.

Câu 6. Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1) x dx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x) dx$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int_1^2 f(x^2 + 1) x dx = 2$, đặt $x^2 + 1 = t \Rightarrow 2x dx = dt \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 2$, $x = 2 \Rightarrow t = 5$.

Suy ra $\frac{1}{2} \int_2^5 f(t) dt = 2 \Rightarrow \int_2^5 f(t) dt = 4 \Rightarrow \int_2^5 f(x) dx = 4$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256}$ là

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $(-2; 2)$.

D. \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn D

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256} \Leftrightarrow -x^2 < \log_{\frac{3}{4}} \frac{81}{256} \Leftrightarrow -x^2 < 4 \Leftrightarrow x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-3; 1)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến $(-2; 0)$ vì $f'(x) > 0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 11 = 0$ có phương trình là

- A.** $2x - y + 2z - 7 = 0$. **B.** $2x - y + 2z + 9 = 0$.
C. $2x - y + 2z - 9 = 0$. **D.** $2x - y + 2z + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng cần tìm (Q) có dạng: $2x - y + 2z + m = 0 (m \neq -11)$.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 3$.

(Q) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi

$$d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|m+2|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7(t/m) \\ m = -11(I) \end{cases} \Rightarrow (Q): 2x - y + 2z + 7 = 0.$$

Câu 10. Số cạnh của một tứ diện là

- A.** 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy tứ diện $ABCD$ có 6 cạnh là AB, BC, CD, DA, AC, BD .

Câu 11. Nếu các số hữu tỷ a, b thỏa mãn $\int_0^1 (a.e^x + b) = e + 2$. thì giá trị của biểu thức $a + b$ là:

- A.** 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^1 (a.e^x + b) = (a.e^x + bx) \Big|_0^1 = a.e + b - a = e + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b - a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4.$$

Câu 12. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{20} (x \neq 0)$ bằng:

- A.** $2^8 \cdot C_{20}^{12}$. **B.** $2^9 \cdot C_{20}^9$. **C.** $2^{10} \cdot C_{20}^{10}$. **D.** $2^{10} \cdot C_{20}^{11}$.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{20} (x \neq 0)$ là:

$$C_{20}^k \left(\frac{x}{2}\right)^k \cdot \left(\frac{4}{x}\right)^{20-k} = C_{20}^k \cdot \frac{x^k}{2^k} \cdot \frac{2^{40-2k}}{x^{20-k}} = C_{20}^k \cdot 2^{40-3k} \cdot x^{2k-20}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển nên:

$$2k - 20 = 0 \Leftrightarrow k = 10$$

Vậy Số hạng không chứa x trong khai triển là: $2^{10} \cdot C_{20}^{10}$.

Câu 13. Số nghiệm dương của phương trình $\ln|x^2 - 5| = 0$ là

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $|x^2 - 5| > 0 \Rightarrow x^2 - 5 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 5 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{5}$.

Ta có:

$$\ln|x^2 - 5| = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 5| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5 = 1 \\ x^2 - 5 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 6 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{6} \\ x = \pm 2 \end{cases} \quad (\text{Tm điều kiện})$$

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm dương $\begin{cases} x = \sqrt{6} \\ x = 2 \end{cases}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $(1; -2; -1)$. B. $(-2; 4; 2)$. C. $(-1; 2; 1)$. D. $(2; -4; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình mặt cầu có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Với tâm $I(a, b, c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

Nên mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ có tâm $I(-1, 2, 1)$ và có $R = 3$.

Vậy tâm của mặt cầu (S) là $I(-1, 2, 1)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Tọa độ vectơ \overline{AB} là

- A. $(3; -3; 4)$. B. $(1; -1; -2)$. C. $(-3; 3; -4)$. D. $(-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$\overline{AB} = (1 - 2; -1 - (-2); 3 - 1) = (-1; 1; 2)$.

Câu 16. Với mọi số thực dương a và m, n là hai số thực bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(a^m)^n = a^{m+n}$. B. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$. C. $(a^m)^n = a^{m^n}$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức SGK.

Câu 17. Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng

- A. $\frac{2+3a}{2+2a}$. B. $\frac{2+a}{3+a}$. C. $\frac{3+2a}{2+3a}$. D. $\frac{2+3a}{3+2a}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{72} 108 = \frac{\log_2 108}{\log_2 72} = \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3^3)}{\log_2 (2^3 \cdot 3^2)} = \frac{\log_2 2^2 + \log_2 3^3}{\log_2 2^3 + \log_2 3^2} = \frac{2 + 3\log_2 3}{3 + 2\log_2 3} = \frac{2 + 3a}{3 + 2a}$.

Câu 18. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h tương ứng được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{2} S.h$. B. $V = \frac{1}{3} S.h$. C. $V = 3S.h$. D. $V = S.h$.

Lời giải

Chọn B

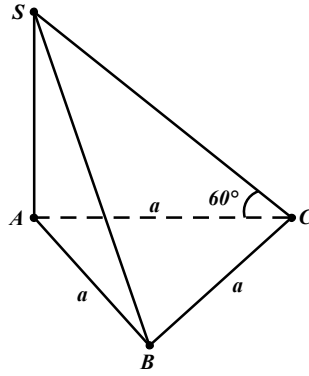
Theo công thức tính thể tích khối chóp thì $V = \frac{1}{3} S.h$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2}.a.a.\sin 60^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có hình chiếu của SC trên mặt phẳng (ABC) là AC .

Suy ra $(\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$. Từ đó $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Xét tam giác SAC vuông tại A , ta có: $SA = AC.\tan \widehat{SCA} = a.\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oy là

- A.** $(1;0;0)$. **B.** $(1;0;-1)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng tọa độ Oxy là $M(1;2;0)$.

Suy ra hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy có tọa độ $(0;2;0)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau

x	-5	1	7	
y'	-	0	+	
y	6	2	9	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\max_{[-5;7)} f(x) = 6$. **B.** $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$. **C.** $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$. **D.** $\min_{[-5;7)} f(x) = 6$.

Lời giải

Chọn B

Câu 22. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số hạng thứ bảy của cấp số nhân (u_n) có giá trị bằng

- A.** 39062. **B.** 136250. **C.** 31250. **D.** 6250.

Lời giải

Chọn C

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) , ta có:

$$T = 20u_1 - 10u_2 + u_3 = 20u_1 - 10u_1q + u_1q^2 = 2q^2 - 20q + 40 = 2(q-5)^2 - 10 \geq -10.$$

$$T_{\min} = -10 \text{ khi } q = 5. \text{ Khi đó } u_7 = u_1q^6 = 2.5^6 = 31250.$$

Câu 23. Cho tam giác ABC là tam giác đều cạnh a , gọi H là trung điểm của cạnh BC . Hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH có diện tích đáy bằng.

A. $\frac{\pi a^2}{4}$.

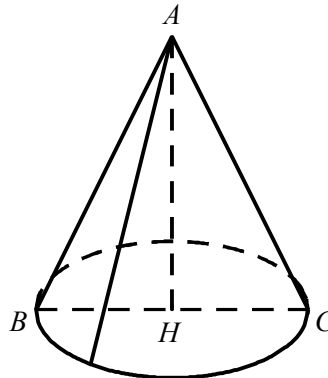
B. $2\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $\frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH có bán kính đáy bằng $BH = \frac{a}{2}$.

Diện tích đáy bằng: $S = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	∞			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		1		2		1	

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

C. $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

D. $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số, $M(0; 2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số, $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số, $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.

Do đó đáp án sai là **B**.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường nào dưới đây?

A. $y = \frac{1}{4}$.

B. $y = -1$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

Phương pháp tự luận

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{4x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{4x-1} = \frac{1}{4}$.

Do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{4}$

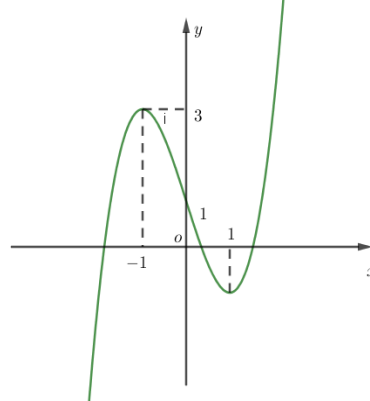
Phương pháp trắc nghiệm

Nhập vào máy tính biểu thức $\frac{X+1}{4X-1}$ ấn CALC 10^{12} ta được kết quả là $\frac{1}{4}$.

Tiếp tục CALC -10^{12} ta được kết quả là $\frac{1}{4}$.

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{4}$

Câu 26. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị là của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow$ Loại đáp án A.

Hình dáng đồ thị nhánh ngoài cùng bên phải hướng lên trên nên $a > 0 \Rightarrow$

Loại đáp án C

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại $x_0 = \pm 1$ nên loại D

Chỉ có hàm số ở phương án B thỏa mãn \Rightarrow Chọn B.

Câu 27. Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

- A.** (0;1). **B.** (2e;2). **C.** (2; e^2). **D.** (1;0).

Lời giải

Chọn D

Lần lượt thay $(x;y) = \{(0;1), (2e;2), (2;e^2), (1;0)\}$ ta thấy điểm (1;0) thỏa $y = \ln x$.

Câu 28. Nếu tăng chiều cao của một khối trụ lên gấp 2 lần và tăng bán kính đáy của nó lên gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với thể tích khối trụ ban đầu?

- A.** 18 lần. **B.** 12 lần. **C.** 36 lần. **D.** 6 lần.

Lời giải

Chọn A

Gọi h, r lần lượt là chiều cao, bán kính đáy của khối trụ ban đầu;

h', r' lần lượt là chiều cao, bán kính đáy của khối trụ mới.

Ta có: $\frac{V'}{V} = \frac{h' \cdot \pi r'^2}{h \cdot \pi r^2} = \frac{h'}{h} \cdot \frac{r'^2}{r^2} = 2 \cdot 3^2 = 18$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ là:

- A.** $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **C.** $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. **D.** $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng

$x = a$ và đường thẳng $x = b$ là: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 30. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z - 1 = 0$. Khoảng cách từ $M(1; -2; 0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A. 2. **B.** $\frac{5}{3}$. C. 5. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

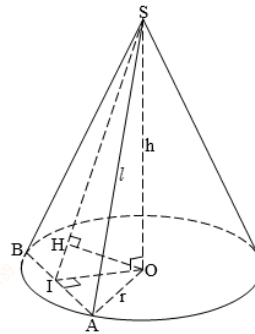
Khoảng cách d từ M đến mặt phẳng (P) bằng $d_{M \rightarrow (P)} = \frac{|2 - 2 \cdot (-2) + 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{5}{3}$.

Câu 31. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích thiết diện bằng

- A. $\sqrt{19}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Cho hình vẽ

$$\text{Ta có } \begin{cases} OI = \sqrt{r^2 - \frac{AB^2}{4}} = 2\sqrt{2} \\ SA = SB = \sqrt{h^2 + r^2} = 5 \Rightarrow S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SI = 2\sqrt{6} \\ SI = \sqrt{OI^2 + h^2} = 2\sqrt{6} \end{cases}$$

Câu 32. Cho $M = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{2019}$. viết M dưới dạng một số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số?

- A. 607. **B.** 608. C. 609. **D.** 610.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển Newton: $(1+x)^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k x^k = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 x + C_{2019}^2 x^2 + C_{2019}^3 x^3 + \dots + C_{2019}^{2019} x^{2019}$

Thay $x=1$ vào 2 vế của khai triển ta được: $2^{2019} = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{2019}$

Xét $[\log(2^{2019})] + 1 = [2019 \cdot \log(2)] + 1 = [607,7] + 1 = 608 \Rightarrow 2^{2019}$ có 608 chữ số

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			2		-4		$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f(\sqrt{x+1}+1) \leq m$ có nghiệm?

A. $m > -5$.

B. $m \geq 1$.

C. $m \geq -4$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $f(\sqrt{x+1}+1) \leq m$ có điều kiện là $x \geq -1$.

Đặt $t = \sqrt{x+1}+1$, $t \geq 1$. Bất phương trình đã cho trở thành $f(t) \leq m$ với $t \geq 1$.

Hàm số $f(t)$ có bảng biến thiên trên miền $[1; +\infty)$ như sau

u	1	3	$+\infty$		
$f'(u)$	0	-	0	+	
$f(u)$	2		-4		$+\infty$

Vậy bất phương trình $f(t) \leq m$ có nghiệm $t \geq 1 \Leftrightarrow m \geq -4$.

Câu 34. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2+1) - mx + 1$ đồng biến trên \mathbb{R} là

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; -1]$.

D. $[-1; 1]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$.

Hàm số $y = \ln(x^2+1) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+1} - m \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq \frac{2x}{x^2+1}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Xét $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ với $x \in \mathbb{R}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	
$g(x)$	0		-1		1		0

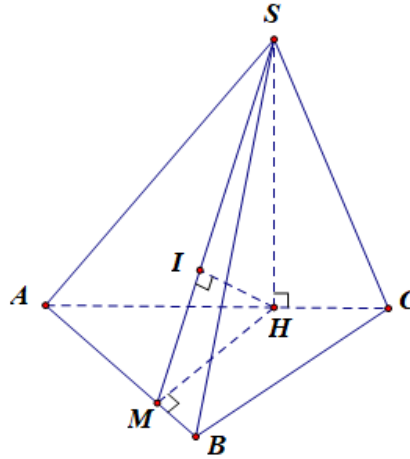
Vậy $m \leq \frac{2x}{x^2+1}$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -1$.

Câu 35. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$, điểm H thuộc cạnh AC với $HC = a$. Dựng đoạn thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\frac{3a}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$.** D. $3a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có

$$\frac{d(C, (SAB))}{d(H, (SAB))} = \frac{CA}{HC} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C, (SAB)) = \frac{3}{2} d(H, (SAB)).$$

Gọi M và I lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên AB và SM .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} IH \perp SM \\ IH \perp AB \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SAB) \Rightarrow IH = d(H, (SAB)).$$

$$\Delta AMH \text{ vuông tại } M \text{ có } MH = AH \cdot \sin \hat{A} = 2a \cdot \sin 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\Delta SMH \text{ vuông tại } H \text{ có } IH = \frac{SH \cdot HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(C, (SAB)) = \frac{3}{2} d(H, (SAB)) = \frac{3a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. giá trị của $a + b$ bằng

- A. 3. **B. 2.** C. 1. D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB \text{ suy ra } I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2\right).$$

Khi đó

$$MA^2 + MB^2 = (\overline{MI} + \overline{IA})^2 + (\overline{MI} + \overline{IB})^2 = 2MI^2 + 2\overline{MI}(\overline{IA} + \overline{IB}) + 2IA^2 = 2MI^2 + 2IA^2.$$

Suy ra $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

Để thấy $M \in (Oxy)$. Gọi H là hình chiếu của I trên (Oxy)

Ta luôn có $MI \geq IH$ suy ra $\min MI = IH \Leftrightarrow M \equiv H$.

$$\text{Do đó } M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right) \text{ suy ra } \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $a + b = 2$.

Câu 37. Cường độ của ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I = I_0 e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ $\mu = 1,4$. Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

- A. e^{-42} lần. B. e^{21} lần. C. e^{-21} lần. D. e^{42} lần.

Lời giải

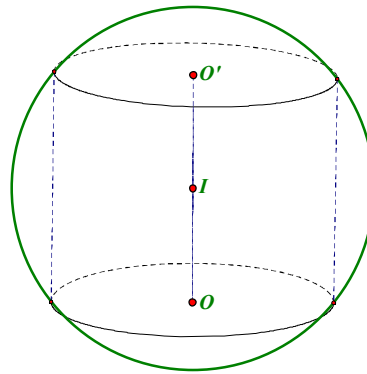
Chọn D

Theo bài ra ta có công thức $I = I_0 e^{-\mu x}$ với $\mu = 1,4$ và $x = 30$ (mét).

Suy ra $I = I_0 e^{-\mu x} = I_0 \cdot e^{-1,4 \cdot 30} = I_0 \cdot e^{-42}$.

Suy ra ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi e^{42} lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển.

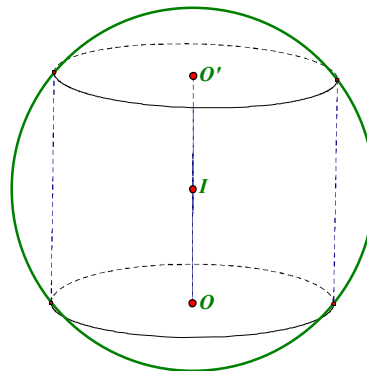
Câu 38. Cho khối cầu (S) có bán kính R . Một khối trụ có thể tích bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ và nội tiếp khối cầu (S). Chiều cao khối trụ bằng



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}R$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$. D. $R\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Theo bài ra ta có thể tích của khối trụ nội tiếp là $V = \pi r^2 h = \pi \left(R^2 - \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right) \cdot h = \frac{4\pi\sqrt{3}}{9} R^3$.

$$\Leftrightarrow \left(R^2 - \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right) \cdot h = \frac{4\sqrt{3}}{9} R^3 \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{-4\sqrt{3}}{3} R & (L) \\ h = \frac{2\sqrt{3}}{3} R & (TM) \end{cases}$$

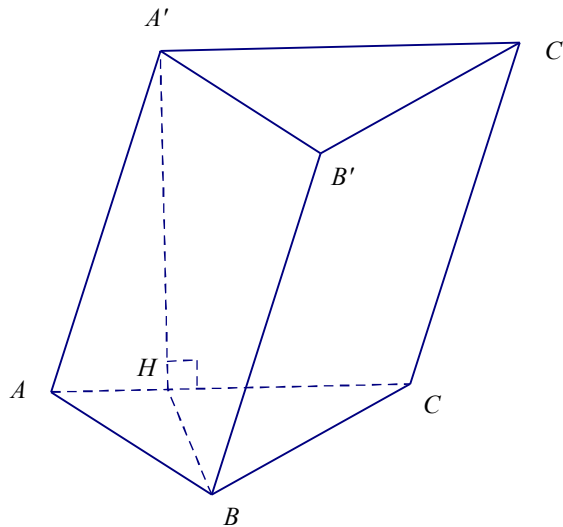
Suy ra chiều cao khối trụ bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3} R$.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , đường cao BH . Biết $A'H \perp (ABC)$ và $AB=1$; $AC=2$, $AA'=\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Áp dụng các hệ thức lượng vào tam giác vuông ABC với đường cao BH ta có: $BC = \sqrt{3}$;

$$BH = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad AH = \frac{1}{2}.$$

Do $A'H \perp (ABC)$ nên $A'H \perp AC \Rightarrow$ Tam giác $A'HA$ vuông tại H .

$$\text{Áp dụng định lí Pitago vào tam giác } A'HA \text{ có: } A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \sqrt{2 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

$$\text{Diện tích đáy } S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là: } V = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{21}}{4}.$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Số mặt cầu đi qua $A(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) , (Q) là

- A. 2. B. Vô số. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta thấy hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

Thay tọa độ điểm A lần lượt vào phương trình mặt phẳng (P) , (Q) ta được: $3 > 0$ và $6 > 0$.

Do đó, điểm A nằm cùng phía đối với hai mặt phẳng (P) , (Q) .

Suy ra không tồn tại mặt cầu thỏa mãn đề bài.

Cách 2:

Gọi (R) là mặt phẳng cách đều cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Phương trình mặt phẳng $(R): 2x - y + z + a = 0$ ($a \neq -2$; $a \neq 1$)

Khi đó $d((P);(R)) = d((Q);(R))$.

Lấy điểm $B(0;0;2) \in (P)$ và $C(0;1;0) \in (Q)$.

Ta có: $d(B;(R)) = \frac{|2+a|}{3}$; $d(C;(R)) = \frac{|-1+a|}{3}$.

Khi đó $d((P);(R)) = d(B;(R))$; $d((Q);(R)) = d(C;(R))$.

Ta có: $d(B;(R)) = d(C;(R)) \Leftrightarrow \frac{|2+a|}{3} = \frac{|-1+a|}{3} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$.

Vậy phương trình mặt phẳng (R) là: $2x - y + z - \frac{1}{2} = 0$.

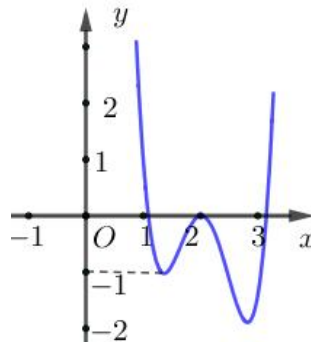
Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I \in (R)$ thỏa mãn đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng

(P) , (Q) là: $R = IA = d(B;(R)) = \frac{|2+a|}{3} = \frac{|2-\frac{1}{2}|}{3} = \frac{1}{2}$.

Ta lại có $d(A;(R)) = \frac{3}{2} > \frac{1}{2}$.

Nên không có mặt cầu nào thỏa mãn đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) , (Q) .

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y = f(f(x)+2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$y' = f'(f(x)+2) \cdot f'(x);$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(f(x)+2) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)+2 = a \in (1;2) \\ f(x)+2 = 2 \\ f(x)+2 = b \in (2;3) \\ x = a \in (1;2) \\ x = 2 \\ x = b \in (2;3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a - 2 \in (-1; 0) \\ f(x) = 0 \\ f(x) = b - 2 \in (0; 1) \\ x = a \in (1; 2) \\ x = 2 \\ x = b \in (2; 3) \end{cases}$$

$f(x) = a - 2 \in (-1; 0)$ có 4 nghiệm phân biệt.

$f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt và một nghiệm kép.

$f(x) = b - 2 \in (0; 1)$ có 2 nghiệm phân biệt.

Kèm với 3 nghiệm của hàm $f'(x)$, ta kết luận hàm số có 11 cực trị.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , $f(x) \neq 0$ với mọi x và thỏa mãn $f(1) = -\frac{1}{2}$,

$f'(x) = (2x+1)f^2(x)$. Biết $f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{a}{b} - 1$ với $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, (a; b) = 1$. Khẳng

định nào sau đây sai?

A. $2a + b = 2022$.

B. $a - b = 2019$.

C. $ab > 2019$.

D. $b \leq 2020$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = (2x+1)f^2(x) \Leftrightarrow \frac{-f'(x)}{f^2(x)} = -(2x+1).$$

Bằng cách lấy nguyên hàm 2 vế ta được

$$\int \frac{-f'(x)}{f^2(x)} dx = \int -(2x+1) dx \Leftrightarrow \frac{1}{f(x)} = -x^2 - x + C$$

$$\text{Do đó } f(x) = \frac{1}{-x^2 - x + C}; f(1) = \frac{-1}{2} \Rightarrow C = 0$$

$$\text{Suy ra } f(x) = \frac{-1}{x(x+1)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}.$$

Do đó

$$f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{1}{2} - \frac{1}{1} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2020} - \frac{1}{2019}\right) = \frac{1}{2020} - 1$$

Câu 43. Cho phương trình $2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4}$, với m là tham số thực. Gọi m_0 là giá trị của m sao cho phương trình trên có đúng một nghiệm thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in [-1; 0)$.

B. $m_0 \in [-5; -1)$.

C. $m_0 > 0$.

D. $m_0 < -5$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4} \Leftrightarrow 4^x + 4 = m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) \quad (1)$$

Điều kiện cần:

Nhận xét: nếu x_0 là 1 nghiệm của phương trình (1) thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình (1)

nên phương trình có nghiệm duy nhất thì $x_0 = 2 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1$

Thay $x = x_0 = 1$ vào phương trình (1) $\Rightarrow m = -4$

Điều kiện đủ: Với $m = -4$, ta có $(1) \Leftrightarrow 4^x + 4 = -4 \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) \Leftrightarrow 2^x + \frac{4}{2^x} = -4 \cos(\pi x) (*)$

$$\text{Vì: } \begin{cases} 2^x + \frac{4}{2^x} \geq 4 \\ -4 \cos(\pi x) \leq 4 \end{cases} \text{ nên } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + \frac{4}{2^x} = 4 \\ -4 \cos(\pi x) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy $m_0 = -4 \in [-5; -1)$

Câu 44. Trong không gian cho hai điểm A, B cố định và độ dài đoạn thẳng AB bằng 4. Biết rằng tập hợp các điểm M sao cho $MA = 3MB$ là một mặt cầu. Bán kính của mặt cầu bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(-2; 0; 0), B(2; 0; 0)$. Gọi điểm $M(x; y; z)$

Theo giả thiết:

$$MA = 3MB \Leftrightarrow MA^2 = 9MB^2 \Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 9[(x-2)^2 + y^2 + z^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{4}$$

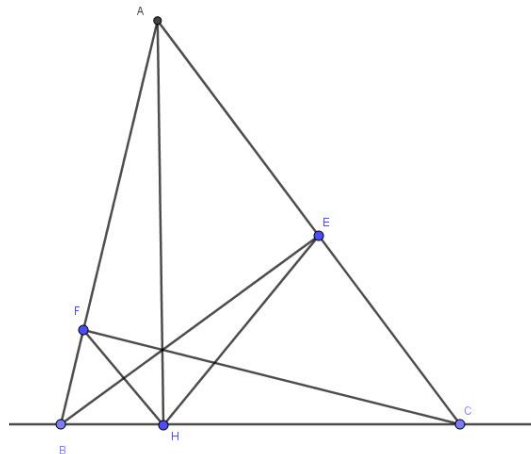
Vậy bán kính mặt cầu bằng $\frac{3}{2}$

Câu 45. Trong không gian, cho tam giác ABC có các đỉnh B, C thuộc trục Ox . Gọi $E(6; 4; 0), F(1; 2; 0)$ lần lượt là hình chiếu của B, C trên các cạnh AC, AB. Toạ độ hình chiếu của A trên BC là

- A. $\left(\frac{8}{3}; 0; 0\right)$. B. $\left(\frac{7}{3}; 0; 0\right)$. C. $(2; 0; 0)$. D. $\left(\frac{5}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $H(x; 0; 0), B(b; 0; 0); C(c; 0; 0)$

Ta có

$$\overline{HE} = (6-x; 4; 0); \overline{HF} = (1-x; 2; 0)$$

$$\cos(\overline{HF}; \vec{j}) = \cos(\overline{HE}; \vec{j}) \Leftrightarrow \frac{4}{HE} = \frac{2}{HF} \Leftrightarrow HE = 2HF$$

$$(6-x)^2 + 4^2 = 4(1-x)^2 + 4 \cdot 2^2 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ x = -4 \end{cases}$$

Cách 2

Nhận xét: Các điểm $E(6;4;0), F(1;2;0), B, C$ đều nằm trong mặt phẳng Oxy .

Vì vậy ta chỉ cần xét trong hệ tọa độ Oxy . Khi đó: $E(6;4), F(1;2), B(x_1;0), C(x_2;0)$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overline{BE} \cdot \overline{EC} = 0 \\ \overline{CF} \cdot \overline{BF} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{47}{5} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{22}{5} \end{cases} (*)$$

Đường thẳng AC đi qua điểm $E(6;4)$, có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{AC} = \overline{EB} = (x_1 - 6; -4)$ nên có phương trình là: $(x_1 - 6)(x - 6) - 4(y - 4) = 0 \Leftrightarrow (x_1 - 6)x - 6x_1 - 4y + 52 = 0$

Đường thẳng AB đi qua điểm $F(1;2)$, có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{AB} = \overline{FC} = (x_2 - 1; -2)$ nên có phương trình là: $(x_2 - 1)(x - 1) - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 2(x_2 - 1)x - 2x_2 - 4y + 10 = 0$

Toạ độ điểm A là nghiệm hệ

$$\begin{cases} (x_1 - 6)x - 6x_1 - 4y + 52 = 0 \\ 2(x_2 - 1)x - 2x_2 - 4y + 10 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2x_2 - x_1 + 4)x = (2x_2 - 6x_1 + 42) \Leftrightarrow [3x_2 - (x_1 + x_2) + 4] = [8x_2 - 6(x_1 + x_2) + 42]$$

$$3\left(x_2 - \frac{9}{5}\right)x = 8\left(x_2 - \frac{9}{5}\right) \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}\left(x_2 \neq \frac{9}{5}\right)$$

($x_2 = \frac{9}{5}$ không là nghiệm của hệ $(*)$)

Vậy hình chiếu của A trên BC là $\left(\frac{8}{3}; 0; 0\right)$

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C . CH vuông góc AB tại H, I là trung điểm của đoạn HC . Biết SI vuông góc với mặt phẳng đáy, $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Gọi O là trung điểm của đoạn AB , O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$. Góc tạo bởi đường thẳng OO' và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

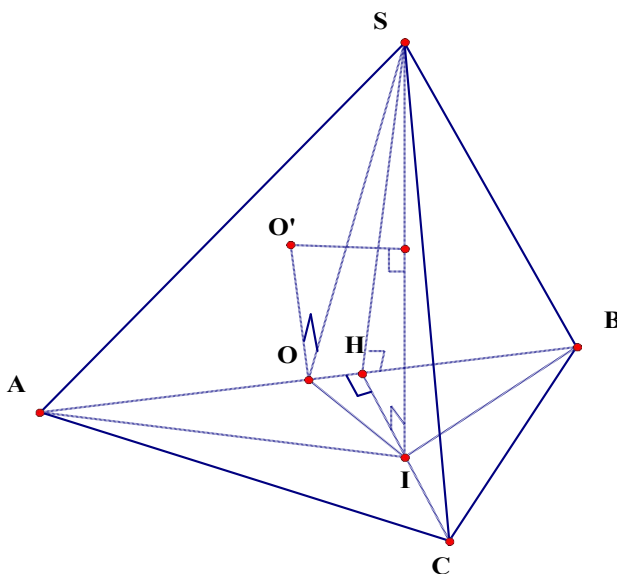
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B



Ta có $IH = IC \Rightarrow SH = SC$

$$+) OS = \frac{1}{2}AB = OC \Rightarrow SH = \sqrt{SO^2 - OH^2} = \sqrt{OC^2 - OH^2} = CH$$

Vậy tam giác SHC là tam giác đều, suy ra: $\widehat{SHC} = 60^\circ$.

Mặt khác $\begin{cases} AB \perp SI \\ AB \perp CH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHC) \Rightarrow AB \perp SH$, mà $AB \perp HC$, suy ra:

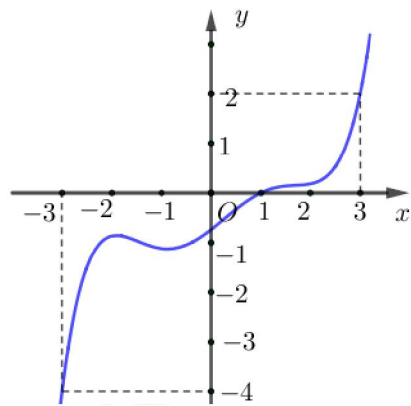
$$((ABC), (SAB)) = \widehat{SHC} = 60^\circ \quad (*)$$

Tam giác SAB vuông tại S có tâm đường tròn ngoại tiếp là O , Vậy OO' là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB , suy ra $OO' \perp (SAB)$ (**)

Từ (*) và (**) ta có:

$$\begin{cases} ((ABC), (SAB)) = 60^\circ \\ OO' \perp (SAB) \end{cases} \Rightarrow (OO'; (ABC)) = 30^\circ$$

- Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = g(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng
- A.** $g(0)$. **B.** $g(1)$. **C.** $g(-3)$. **D.** $g(3)$.

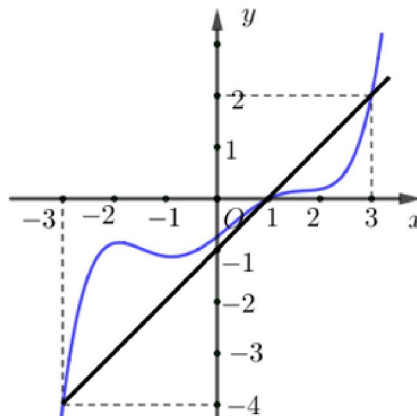


Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 2(x-1) = 2[f'(x) - (x-1)]$.

Dựng đường thẳng $y = x - 1$



Dựa vào đồ thị ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	-3	1	3
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$g(-3)$	$g(1)$	$g(3)$

$$\Rightarrow \min_{[-3;3]} g(x) = \min \{g(-3); g(3)\} \quad (1)$$

Mặt khác: Từ đồ thị ta cũng có

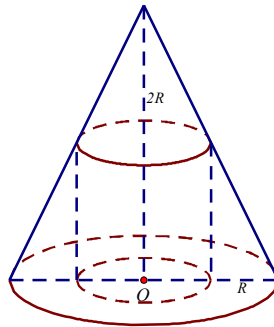
$$\int_{-3}^1 (f'(x) - x + 1) dx > \int_1^3 (x - 1 - f'(x)) dx \Leftrightarrow \left[f(x) - \frac{x^2}{2} + x \right]_{-3}^1 > \left[\frac{x^2}{2} - x - f(x) \right]_{1}^3$$

$$\Leftrightarrow f(3) - f(-3) + 6 > 0$$

$$\Rightarrow g(3) - g(-3) = 2[f(3) - f(-3) + 6] > 0 \Rightarrow g(3) > g(-3) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \min_{[-3;3]} g(x) = \min \{g(-3); g(3)\} = g(-3).$$

Câu 48. Cho hình nón có chiều cao $2R$ và bán kính đường tròn đáy R . Xét hình trụ nội tiếp hình nón sao cho thể tích khối trụ lớn nhất, khi đó bán kính đáy của khối trụ bằng



A. $\frac{2R}{3}$.

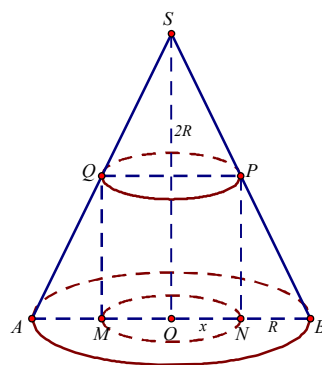
B. $\frac{R}{2}$.

C. $\frac{3R}{4}$.

D. $\frac{R}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Xét mặt phẳng cắt qua trục của nón, thiết diện với nón là tam giác cân SAB , thiết diện với trụ là hình chữ nhật $MNPQ$ với M, N thuộc đoạn AB và P, Q lần lượt thuộc các cạnh SB, SA . Gọi O là trung điểm của AB . Đặt bán kính đáy của trụ là x với $0 < x < R$.

Ta có: $ON = x \Rightarrow NB = R - x$.

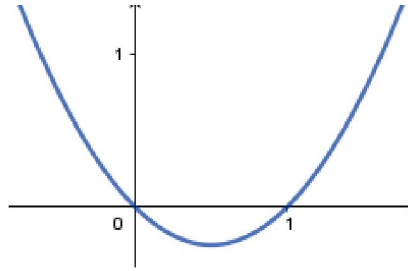
$$\text{Từ } \frac{PN}{SO} = \frac{NB}{OB} \text{ thu được } PN = SO \cdot \frac{NB}{OB} = 2R \cdot \frac{R-x}{R} = 2(R-x).$$

$$\text{Thể tích khối trụ: } V = PN \cdot \pi \cdot ON^2 = 2(R-x) \pi x^2$$

$$\text{Theo bất đẳng thức AM-GM ta có: } V = (2R - 2x) \cdot x^2 \leq \left(\frac{2R - 2x + x + x}{3} \right)^3 = \frac{8}{27} R^3.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2R - 2x = x \Leftrightarrow x = \frac{2R}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(-x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.



A. $(-1; 0)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-\frac{1}{2}; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x) = f(-x - x^2)$

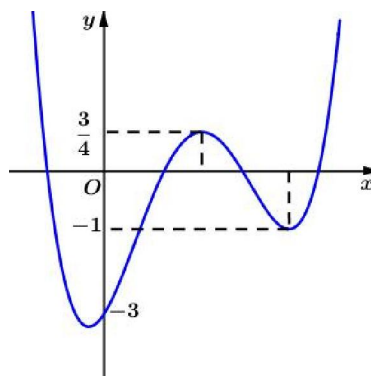
Tập xác định $D = \mathbb{R}$, $g'(x) = [f(-x - x^2)]' = -(1 + 2x) \cdot f'(-x - x^2)$.

Ta có bảng sau:

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$		
$1 + 2x$	-	-	0	+	+		
$f'(-x - x^2)$	+	0	-	-	0	+	
$g'(x) = -(1 + 2x) \cdot f'(-x - x^2)$	+	0	-	0	+	0	-

Vậy hàm số $g(x) = f(-x - x^2)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1; -\frac{1}{2})$ và $(0; +\infty)$.

Câu 50. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(|x + m|) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. 0.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(|x + m|) = m$ có bốn nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow f(x + m) = m$ (1) có hai nghiệm phân biệt dương.

\Leftrightarrow đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x + m)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Do đồ thị $y = f(x + m)$ có được từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách tịnh tiến dọc trục Ox , nên ta có:

- + Nếu $m > 0$ thì không có giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm phân biệt dương.
 - + Nếu $m < 0$ ta thấy chỉ có $m = -1$ nguyên thỏa điều kiện đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x+m)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ nguyên.
- Vậy chỉ có duy nhất giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----